Systemy ekspertowe

Rachunek zdań I rzędu
Aksjomaty rachunku zdań, tautologie
Schematy rachunku zdań
Dowodzenie poprawności
Metoda zerojedynkowa
Skrócona metoda zerojedynkowa
Metoda założeniowa
Rachunek zdań II rzędu

Rachunek zdań I rzędu (predykatów)

- Rachunek zdań bez kwantyfikatorów
- Do nauczenia się:

http://tjach.pl/tresc/uploads/2014/11/tautologie.pdf

I ja nie żartuję! Bez tego nie wykonacie następnych ćwiczeń

Predykat

- ***Predykatem*** (lub ***funkcją zdaniową***) nazywamy wyrażenie zawierające pewne zmienne, opisujące pewną własność obiektów lub pewną relację pomiędzy nimi.
- **Zmienną nazwową** nazywamy literał który może przyjmować konkretne wartościowania, np.:

$$\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$$

Ale także:

Jeżeli żadne **S** nie jest **P**, to żadne **P** nie jest **S.**

Podstawiając: S = pies, P = człowiek

Predykat

- **Funkcja nazwowa** to wyrażenie, z którego po podstawieniu za zmienne odpowiednich wartości, otrzymamy nazwy, np.
  „komputer pana X”, „kolokwium pani Y”

- **Zdanie** to w logice takie wyrażenie o którym można powiedzieć, że jest prawdziwe albo fałszywe, np.:

Każdy student jest pełnoletni.

Predykat

- **Funkcja zdaniowa (predykat)** to wyrażenie zawierające zmienne, z którego otrzymamy zdania po podstawieniu za zmienne odpowiednich stałych, np.:

  Jeżeli x jest P lub x jest Q to x jest R

  x jest P lub x jest Q

Schematy rachunku zdań

- Schematy powstały, aby automatycznie orzekać czy dane zdania są prawdziwe, czy nie.
- W dowodzeniu schematów korzystam z **praw logicznych** (których musicie się nauczyć ☹)
- Schemat wnioskowania może być:
  - ***Formalny*** - czyli zawierający wyrażenia zbudowane wyłącznie ze stałych logicznych i zmiennych,
  - ***Niezawodny*** - prowadzący zawsze od prawdziwych przesłanek do prawdziwych wniosków,
  - ***Logiczny*** - gdy jest poprawny i niezawodny.

Przykład schematu zdaniowego

1. *Jeżeli ten komputer jest typu Core i7 lub typu AMD Phenon, to ten komputer jest bardzo szybki.*
2. *Ten komputer jest typu Core i7 lub jest typu AMD Phenon*

Ten komputer jest bardzo szybki.

Przykład schematu zdaniowego

1. *Jeżeli X jest q lub p, to X jest z.*
2. *X jest q lub X jest p.*

X jest z.

Ćwiczenie

- Napisz schematy zdaniowe dla:
  1. Jeżeli lubię, gdy jest ciepło, to lubię lato.
     Jeżeli lubię się opalać, to wracam z wakacji opalony.
     WN: Lubię gdy jest ciepło lub lubię się opalać.
  2. Jeżeli komputer ma mysz, to ma też podkładkę.
     Jeżeli komputer ma podkładkę, to jest ergonomiczny
     WN: komputer ma mysz
  3. Jeżeli nie polecę samolotem, to będę spóźniony.
     Nie będę spóźniony.
     WN: polecę samolotem

Dowodzenie poprawności

1. Metoda zerojedynkowa

   Polega na podstawieniu wszystkich możliwych kombinacji wartości zmiennych logicznych i sprawdzeniu prawdziwości zdania. Jeśli za każdym razem dostajemy prawdę – schemat jest prawdziwy. Wada: potworna złożoność.
2. Metoda zerojedynkowa skrócona
   Polega na próbie uzyskania sprzeczności w danym schemacie logicznym. Jeśli się to uda, schemat jest zawodny. W przeciwnym wypadku jest niezawodny.
3. Metoda dowodów założeniowych
   Polega na wykorzystaniu znanych praw i schematów logicznych (schematów pierwotnych) w celu udowodnienie słuszności schematu.

Metoda zerojedynkowa

$$W: \big((p \to q) \land (q \to r)\big) \to (p \to r)$$

p	q	r	$(p \to q)$	$(q \to r)$	$\big((p \to q) \land (q \to r)\big)$	$(p \to r)$	W
0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	0	1	1

Ćwiczenia

- Udowodnij metodą zerojedynkową

16. Prawo rozdzielności koniunkcji względem alternatywy:

$[p \wedge (q \vee r)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$

17. Prawo rozdzielności alternatywy względem koniunkcji:

$[p \vee (q \wedge r)] \equiv [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

18. Prawa przemienności koniunkcji i alternatywy:

$(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$

$(p \vee q) \equiv (q \vee p)$

19. Prawa łączności koniunkcji i alternatywy:

$[(p \wedge q) \wedge r)] \equiv [p \wedge (q \wedge r)]$

$[(p \vee q) \vee r)] \equiv [p \vee (q \vee r)]$

20. Prawa tautologii dla koniunkcji i alternatywy:

$(p \wedge p) \equiv p \quad (p \vee p) \equiv p$

Metoda zerojedynkowa skrócona

((p	->	q)	^	(p	->	r)	^	(~	(q	^	r)))	->	~p
												0	
	1				1					1			0
													p=1
		q=1				r=1							
										Sprzeczność			

Ćwiczenia

- Udowodnij metodą zerojedynkową skróconą

24. Prawo komutacji:

$[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \equiv [q \rightarrow (p \rightarrow r)]$

25. Prawo eksportacji i importacji:

$[(p \wedge q) \rightarrow r] \equiv [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$

26. Dylemat destrukcyjny złożony:

$[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (\neg q \vee \neg s)] \rightarrow (\neg p \vee \neg r)$

27. Dylemat destrukcyjny prosty:

$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (\neg q \vee \neg r)] \rightarrow \neg p$

28. Prawo dodawania poprzedników:

$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \equiv [(p \vee q) \rightarrow r]$

29. Prawo mnożenia następników:

$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \equiv [p \rightarrow (q \wedge r)]$

30. Prawa zastępowania implikacji:

$(p \rightarrow q) \equiv \neg(p \wedge \neg q)$

$(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$

31. Schemat mnożenia równoważności:

$[(p \equiv q) \wedge (r \equiv s)] \rightarrow [(p \wedge r) \equiv (q \wedge s)]$

32. Schemat dodawania równoważności:

$[(p \equiv q) \wedge (r \equiv s)] \rightarrow [(p \vee r) \equiv (q \vee s)]$

33. Prawo zastępowania równoważności:

$(p \equiv q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$