

Systemy ekspertowe

Rachunek zdań I rzędu
Aksjomaty rachunku zdań, tautologie
Schematy rachunku zdań
Dowodzenie poprawności
Metoda zerojedynkowa
Skrócona metoda zerojedynkowa
Metoda założeniowa
Rachunek zdań II rzędu

Metoda założeniowa

- Służy do udowadniania poprawności schematów wnioskowania
- Wyróżniamy dwie techniki:
 - Założeniowy dowód „nie wprost”
 - Założeniowy dowód „wprost”

Dowód założeniowy nie wprost

- Metoda założeniowego dowodu "nie wprost" polega na tym, że z twierdzenia W w postaci:

$$w_1 \Rightarrow (w_2 \Rightarrow w_3 \Rightarrow \dots \Rightarrow (w_n \Rightarrow W))$$

- wypisujemy najpierw wyrażenia w_1, \dots, w_n i następnie negację wyrażenia W

Dowód założeniowy nie wprost

$$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

1. $p \Rightarrow q$ (Z)
2. $q \Rightarrow r$ (Z)
3. $\neg(p \Rightarrow r)$ (DN)
4. $\neg(\neg p \vee r)$ ZI(3)
5. $p \wedge \neg r$ NA(4)
6. p OK(5)
7. $\neg r$ OK(5)
8. q RO(1,6)
9. r

Uzyskaliśmy sprzeczność
ergo
dowód był prawdziwy, a
jedynie negacja tezy
doprowadziła do
sprzeczności. Skoro więc
zaprzeczona teza jest
niemożliwa, to prawdziwa
jest niezaprzeczona teza.

Dowód założeniowy wprost

- Metoda założeniowego dowodu "wprost" polega na tym, że z twierdzenia W w postaci

$$w_1 \Rightarrow (w_2 \Rightarrow w_3 \Rightarrow \dots \Rightarrow (w_n \Rightarrow W))$$

- wypisujemy najpierw wyrażenia w_1, \dots, w_n potem zaś wyrażenia, na dołączenie których pozwalają przyjęte reguły.
- Wolno też dołączyć do dowodu twierdzenia wcześniej udowodnione. Dowód jest zakończony, gdy wystąpi w nim wyrażenie W .
- Można inaczej powiedzieć, że w metodzie założeniowej (wprost) rozpatrywany schemat uznajemy za niezawodny, gdy w wyniku kolejnych działań, podczas których uzyskujemy schematy już udowodnione jako niezawodne, ostatecznie uzyskamy cel wnioskowania (konkluzję całego wyrażenia).
- **Nie można jednak na niej polegać w przypadku wykazywania zawodności schematów.**

Dowód założeniowy wprost

$$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

1. $p \Rightarrow q$ (Z)
2. $q \Rightarrow r$ (Z)
3. p (Z)
4. q $RO(1,3)$
5. r $RO(2,4)$

Otrzymaliśmy
niezaprzeczoną tezę
używając formalnego
dowodu logicznego.

Ćwiczenia

- Udowodnij metodą założeniową:

1. $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \neg r) \wedge r] \Rightarrow \neg p$

2. $\{[(p \vee q) \Rightarrow (\neg s \wedge d)] \Rightarrow p\} \Rightarrow (\neg s \wedge d)$

3. $[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow [(p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge s)]$

4. $[p \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \Rightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow r]$

5. $[(p \Rightarrow q) \wedge r] \Rightarrow p \Rightarrow (q \wedge r)$

6. $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee r)] \Rightarrow (q \vee r)$

7. $[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s) \wedge (\neg q \vee \neg s)] \Rightarrow (\neg p \vee \neg r)$

8. $[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow [(p \vee r) \Rightarrow (q \vee s)]$

9. $[(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \wedge (p \vee q)] \Rightarrow r$

10. $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)] \Rightarrow [p \Rightarrow (q \wedge r)]$

11. $[(p \Rightarrow (q \vee r)) \wedge (p \Rightarrow \neg q)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

Schematy wnioskowania a zdania w języku naturalnym

- Zwykle jest tak, że nie mamy suchych schematów wnioskowania, ale zdania w języku naturalnym.
- Należy je więc zapisać w postaci strawnej dla przeciętnego matematyka 😊

Schematy wnioskowania a zdania w języku naturalnym

- Jeśli uczyłem się pilnie do kolokwium, to zdam je bez problemu
- Nie zdałem kolokwium

-
- Nie uczyłem się solidnie do egzaminu

Schematy wnioskowania a zdania w języku naturalnym

- Jeśli uczyłem się pilnie do kolokwium (**p**), to zdam je bez problemu (**q**)
- Nie zdałem kolokwium (**~q**)

-
- Nie uczyłem się solidnie do egzaminu (**~p**)

$$p \Rightarrow q$$

$$\neg q$$

$$\neg p$$

Schematy wnioskowania a zdania w języku naturalnym

- Jeśli uczyłem się pilnie do kolokwium (**p**), to zdam je bez problemu (**q**)
- Nie zdałem kolokwium (**~q**)

-
- Nie uczyłem się solidnie do egzaminu (**~p**)

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ \neg q \\ \hline \neg p \end{array}$$

**Modus
tollens**

Ćwiczenia

2.

Nie mam wyobraźni

Nie lubię czytać książek

3. Jeżeli lubię oglądać telewizję, to nie lubię czytać książek

Lubię czytać książki

.....

4. Jeżeli nie jestem człowiekiem, to nie umiem czytać

Umiem czytać

.....

5.

Lubię się opalać

Jeżeli lubię, gdy jest ciepło, to lubię lato i lubię się opalać

Ćwiczenia

6. Jeżeli lubię, gdy jest ciepło, to lubię lato
Jeżeli lubię lato to lubię się opalać
.....

7. Jeżeli lubię, gdy jest ciepło, to lubię lato
Jeżeli lubię się opalać, to wracam z wakacji opalony
.....

8. Jeżeli nie polecę samolotem to będę spóźniony
Nie będę spóźniony
.....

9. Jeżeli są zasy śnieżne to temperatura nie podnosi się powyżej 0
Jeżeli autobus nie przejedzie to temperatura nie podnosi się powyżej 0
Są zasy śnieżne i autobus nie przejedzie
.....

Ćwiczenia

10. Jeżeli są zaspasy śnieżne to autobus nie przejedzie
Są zaspasy śnieżne lub temperatura nie podniesie się powyżej 0
.....
11. Oglądam telewizję i słucham radia
Nie oglądam telewizji i słucham radia
.....
Czytam książkę