

AKSJOMATY KLASYCZNEGO RACHUNKU ZDAŃ

Aksjomaty pozytywne implikacji:

- A. $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
B. $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$

Aksjomaty pozytywne implikacji:

- A. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
B. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$ [A i B to 7.OE]
C. $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow (p \leftrightarrow q))$

Aksjomaty charakteryzujące koniunkcję i alternatywę:

- A. $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$
B. $(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$
C. $p \rightarrow (p \vee q)$
D. $(p \wedge q) \rightarrow p$
E. $p \rightarrow (q \rightarrow (p \wedge q))$
F. $((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$

Aksjomaty charakteryzujące negację:

- A. $(p \rightarrow (q \wedge \neg q)) \rightarrow \neg p$
B. $(p \wedge \neg p) \rightarrow q$ (cokolwiek)

Prawo wyłączonego środka:

- A. $p \vee \neg p$

1. Reguła odrywania (RO):

$$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$$

2. Reguła dołączania koniunkcji (DK):

$$(p) \wedge (q) \rightarrow (p \wedge q)$$

3. Reguła opuszczania koniunkcji (OK):

$$(p \wedge q) \rightarrow p$$

$$(p \wedge q) \rightarrow q$$

4. Reguła dołączania alternatywy (DA):

$$p \rightarrow (p \vee q)$$

$$q \rightarrow (p \vee q)$$

5. Reguła opuszczania alternatywy (OA):

$$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$$

$$((p \vee q) \wedge \neg q) \rightarrow p$$

6. Reguła dołączania równoważności (DE):

$$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$$

7. Reguła opuszczania równoważności (OE):

$$(p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$$

$$(p \leftrightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$$

Metoda dowodu nie wprost polega na tym, że uważając za spełnione wszystkie założenia dołączamy do nich hipotezę będącą zaprzeczeniem tezy. Prowadzimy rozumowanie dotąd, dokąd nie dojdziemy do wniosku że taka koniunkcja założeń i hipotezy jest albo fałszywa sama w sobie, albo wynika z niej zdanie fałszywe.

WYBRANE PRAWA RACHUNKU ZDAŃ

1. Syllogizm warunkowy:

$$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

2. Modus tollens:

$$((p \rightarrow q) \wedge \neg q) \rightarrow \neg p$$

$$((\neg p \rightarrow q) \wedge \neg q) \rightarrow p$$

$$((p \rightarrow \neg q) \wedge q) \rightarrow \neg p$$

$$((\neg p \rightarrow \neg q) \wedge q) \rightarrow p$$

3. Mnożenie implikacji:

$$((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s))$$

4. Dodawanie implikacji:

$$((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)) \rightarrow ((p \vee r) \rightarrow (q \vee s))$$

5. Dylemat konstrukcyjny złożony:

$$((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r)) \rightarrow (q \vee s)$$

6. Dylemat konstrukcyjny prosty:

$$((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (p \vee q)) \rightarrow r$$

7. Reguła odrywania dla równoważności:

$$((p \leftrightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$$

$$((p \leftrightarrow q) \wedge q) \rightarrow p$$

8. Reguła przechodności równoważności:

$$((p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)) \rightarrow (p \leftrightarrow r)$$

9. Reguła Dunsza Szkota:

$$(p \wedge \neg p) \rightarrow q \text{ (cokolwiek)}$$

10. Prawo podwójnej negacji:

$$(\neg \neg p) \equiv p$$

11. Prawo transpozycji.

$$(p \rightarrow q) \equiv (\neg q \rightarrow \neg p)$$

12. Prawo transpozycji złożonej:

$$[(p \wedge q) \rightarrow r] \equiv [(p \wedge \neg r) \rightarrow \neg q]$$

13. Prawo negowania koniunkcji:

$$\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$$

14. Prawo negowania alternatywy:

$$\neg(p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$$

15. Prawo negowania implikacji:

$$\neg(p \rightarrow q) \equiv (p \wedge \neg q)$$

16. Prawo rozdzielności koniunkcji względem alternatywy:

$$[p \wedge (q \vee r)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$$

17. Prawo rozdzielności alternatywy względem koniunkcji:

$$[p \vee (q \wedge r)] \equiv [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$$

18. Prawa przemienności koniunkcji i alternatywy:

$$(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$$

$$(p \vee q) \equiv (q \vee p)$$

19. Prawa łączności koniunkcji i alternatywy:

$$[(p \wedge q) \wedge r] \equiv [p \wedge (q \wedge r)]$$

$$[(p \vee q) \vee r] \equiv [p \vee (q \vee r)]$$

20. Prawa tautologii dla koniunkcji i alternatywy:

$$(p \wedge p) \equiv p \quad (p \vee p) \equiv p$$

21. Prawa zwrotności dla implikacji i równoważności:

$$p \rightarrow p \quad p \equiv p$$

22. Prawo symetryczności równoważności:

$$(p \equiv q) \equiv (q \equiv p)$$

23. Prawo negowania członów równoważności:

$$(p \equiv q) \equiv (\neg p \equiv \neg q)$$

24. Prawo komutacji:

$$[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \equiv [q \rightarrow (p \rightarrow r)]$$

25. Prawo eksportacji i importacji:

$$[(p \wedge q) \rightarrow r] \equiv [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$$

26. Dylemat destrukcyjny złożony:

$$[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (\neg q \vee \neg s)] \rightarrow (\neg p \vee \neg r)$$

27. Dylemat destrukcyjny prosty:

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (\neg q \vee \neg r)] \rightarrow \neg p$$

28. Prawo dodawania poprzedników:

$$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \equiv [(p \vee q) \rightarrow r]$$

29. Prawo mnożenia następników:

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \equiv [p \rightarrow (q \wedge r)]$$

30. Prawa zastępowania implikacji:

$$(p \rightarrow q) \equiv \neg(p \wedge \neg q)$$

$$(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$$

31. Schemat mnożenia równoważności:

$$[(p \equiv q) \wedge (r \equiv s)] \rightarrow [(p \wedge r) \equiv (q \wedge s)]$$

32. Schemat dodawania równoważności:

$$[(p \equiv q) \wedge (r \equiv s)] \rightarrow [(p \vee r) \equiv (q \vee s)]$$

33. Prawo zastępowania równoważności:

$$(p \equiv q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$$

34. Prawo sprzeczności:

$$\neg(p \wedge \neg p)$$